

Ako bača Ondro Beťár Chromý oklamal hlúpeho krčmára - riešenie

Benko Ján · Prírodné vedy

20.07.2009



V [predošlej časti](#) Bača Ondrej vysvetlil krčmárovi, že po zuby ozbrojeného chlapa v krčme nie je hodno snažiť sa oklamať. V tomto spore však ostalo pár otázok nevyjasnených. Tu je ich riešenie:

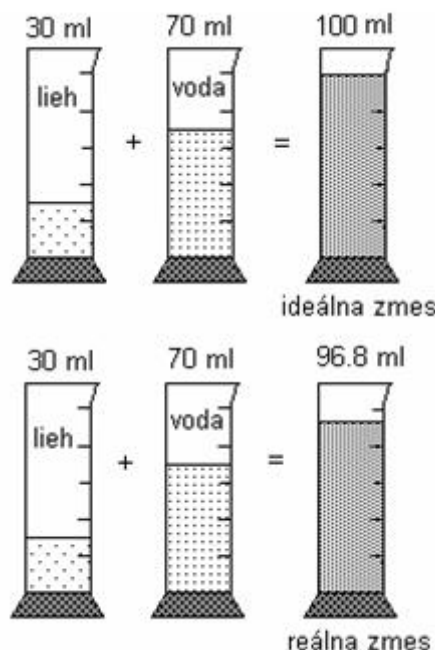
1. Kto mal v tomto spore skutočnú pravdu?

Diskusiu o tom, kto mal pravdu, ponecháme filozofom, právnikom a iným neexaktým vedným odborom (pravdu mali asi obaja).

2. Aký efekt bača OBCh využil, aby oklamal krčmára?

V zmesiach reálnych kvapalín sa uplatňujú vzájomné interakcie ich zložiek, v tomto prípade etanol čiastočne vyplní voľný priestor medzi molekulami vody (intersticiálne polohy), čím dôjde k objemovej kontrakcii zmesi voda - etanol. Tento efekt je maximálny pri mólovom zlomku etanolu $x_{\text{etanol}} \approx 0.12$, čo je približne 30% obj. etanolu.

Aditivita hmoty stále platí a musí platiť, ale aditivita objemov sa v tomto prípade nezachová, dojde k objemovej kontrakcii obr. 2.



Obr. 2 Objemová kontrakcia pri zmiešaní etanolu s vodou

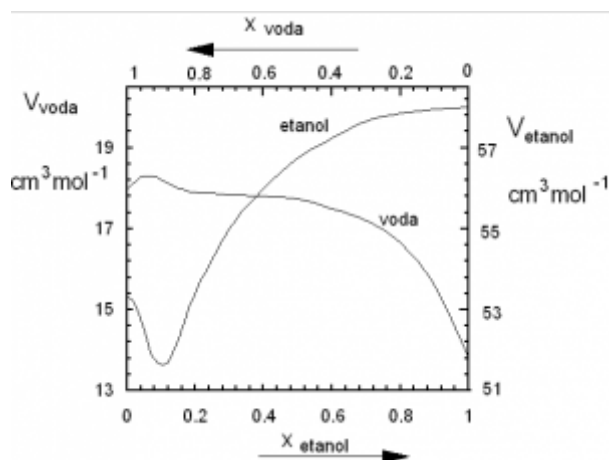
3. Vypočítajte mólové objemy čistej vody a čistého etanolu a porovnajte s hodnotami parciálnych mólových objemov v zmesi voda - etanol (Obr. 2).

$\rho_{H_2O} = 0.998 \text{ kg}\cdot\text{dm}^{-3}$, $\rho_{\text{etanol}} = 0.791 \text{ kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ pri 20°C

Látkové množstvo vody v 1 dm^3 je $n_{H_2O} = \frac{998}{M_{H_2O}} = 55.44 \text{ mol}$, z toho vyplýva že na jeden mól vody pripadá objem $V_{H_2O}^o = \frac{1000}{55.44} = 18.0 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Látkové množstvo etanolu v 1 dm^3 je $n_{\text{etanol}} = \frac{791}{46.1} = 17.16 \text{ mol}$ z toho vyplýva že na jeden mól etanolu pripadá objem $V_{\text{etanol}}^o = \frac{1000}{17.16} = 58.3 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Z obr. 3 vidieť, že experimentálne hodnoty parciálnych mólových objemov etanolu a vody v ich binárnych zmesiach sa líšia od hodnoty vypočítaných pre čisté látky a v závislosti od koncentrácie majú pomerne zložitý priebeh.



Obr. 3 Experimentálna závislosť parciálnych mólových objemov a etanolu v binárnej zmesi

Parciálny mólový objem vody v etanole extrapolovaný na nulovú koncentráciu etanolu $V_{\text{etanol}} = 53.3 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$. Parciálny mólový objem vody v etanole extrapolovaný na nulovú koncentráciu vody $V_{\text{H}_2\text{O}} = 14 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

4. Z experimentálnych hodnôt parciálnych mólových objemov vody a etanolu vypočítajte reálny objem dvojzložkovej zmesi.

Celkový objem zmesi je daný rovnicou (1)

$$V = n_{\text{etanol}} V_{\text{etanol}} + n_{\text{H}_2\text{O}} V_{\text{H}_2\text{O}} \quad (1)$$

kde n_{etanol} a $n_{\text{H}_2\text{O}}$ sú látkové množstvá (móly) etanolu a vody. Objemy V_{etanol} a $V_{\text{H}_2\text{O}}$ sú parciálne mólové objemy etanolu a vody pri danej koncentrácii odčítané zo závislosti na obr. 3.

mólový zlomok etanolu pre 30% obj.

$$x_{\text{etanol}} = \frac{\frac{30 \cdot 0.791}{46.1}}{\frac{30 \cdot 0.791}{46.1} + \frac{70 \cdot 0.998}{18}} = 0.117 \quad (2)$$

mólový zlomok vody $x_{\text{H}_2\text{O}} = 1 - x_{\text{etanol}} = 0.883$

Pri týchto koncentráciách je parciálny mólový objem vody $V_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ a parciálny objem etanolu $V_{\text{etanol}} = 52.6 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$. Látkové množstvo etanolu $n_{\text{etanol}} = 30 \cdot 0.791 / 46.1 = 0.515 \text{ mol}$ a látkové množstvo vody $n_{\text{H}_2\text{O}} = 70 \cdot 0.998 / 18 = 3.881 \text{ mol}$.

Dosadením do týchto dodnôt do rovnice (1) dostaneme pre objem zmesi hodnotu $V = 3.881 \cdot 18 + 0.515 \cdot 52.6 = 96.9 \text{ cm}^3$.

Ako vidieť z obr. 3 je to práve minimálny parciálny mólový objem etanolu vo vode (maximálna objemová kontrakcia) a toto bol dôvod, prečo si bača OBCh napriek pohrdavým poznámkam zvolil pre namiešanie nápoja (drinku) práve koncentráciu 30% obj. etanolu.

5. Koľko ml vody a etanolu by sme museli zmiešať, aby sme dostali 100 ml zmesi v rovnakom pomere (30 : 100).

Aby sme dosiahli objem zmesi 100 ml v rovnakom pomere, musíme príslušné látkové množstvá oboch zložiek vynásobiť korekčným faktorom f , ktorý vypočítame nasledujúcou úvahou: Pomer mólových zlomkov v zmesi musí byť zachovaný. Požadovaný objem 100 cm^3 bude daný vzťahom (3)

$$V = 100 = f(x_{\text{etanol}} V_{\text{etanol}} + x_{\text{H}_2\text{O}} V_{\text{H}_2\text{O}}) \quad (3)$$

Po dosadení príslušných hodnôt mólových zlomkov a parciálnych mólových objemov etanolu a vody do vzťahu (3) dostaneme pre korekčný faktor $f=4.535$, látkové množstvo etanolu $n_{\text{etanol}} = f \cdot x_{\text{etanol}} = 0.531 \text{ mol}$, látkové množstvo vody $n_{\text{H}_2\text{O}} = f \cdot x_{\text{H}_2\text{O}} = 3.427 \text{ mol}$.

Objem etanolu je $V_{\text{etanol}} = n_{\text{etanol}} * 46.1 / \rho_{\text{etanol}} = 30.95 \text{cm}^3$, objem vody $V_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{H}_2\text{O}} * 18 / \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 72.8 \text{cm}^3$

Záver - poučenie

Ak si fyzikálny chemik otvorí krčmu (bar, pub atď*), bude miešať nápoje tak, že do pohára naleje najprv alkohol a potom bude dolievať vodou do požadovaného objemu a naopak, keď pôjde do krčmy, čo si pri plate vedeckého alebo pedagogického pracovníka dovoľí len zriedka, dá si namiešať nápoj tak, aby mu najprv naliali vodu a potom dolievali alkoholom do požadovaného objemu.

Po tejto inštrukcii nebude problém vypočítať nasledovný príklad (prirodzene, ak sa vám bude chcieť):

Pri 50% váhových má zmes voda - etanol hustotu $\rho = 0.914 \text{kg} \cdot \text{dm}^{-3}$, parciálny mólový objem vody je pri tejto koncentrácii $17.4 \text{cm}^3/\text{mol}$. Vypočítajte parciálny mólový objem etanolu.

*nehodiace škrtnite
