Portál pre odborné publikovanie ISSN 1338-0087

19. Matlab – 3D grafy

Foltin Martin · MATLAB/Comsol

11.12.2009

Minulé časti seriálu boli venované tvorbe grafov v Matlabe. Doposiaľ sme si ale vysvetlili iba grafy dvojrozmerné. Dnešná časť poodhalí tému 3D grafov. Pôjde o vizualizáciu funkcií dvoch premenných. Ukážeme, že aj v tejto oblasti je Matlab vysoko fundovaný a pri využití handles sú obmedzenia minimálne.

Samotná podstata 3D grafu vychádza zo zobrazenia priebehu funkcie, kde máme dve premenné nezávislé a jednu závislú. Práve funkčné hodnoty závislej premennej vychádzajú z hodnôt premenných nezávislých. Matematicky sa zvykne takáto závislosť zapisovať ako :

$$z=f(x,y)$$

V tomto prípade sú nezávislé premenné x a y. Premenná z je premennou závislou od premenných x a y. Do grafov sa obvykle vykresluje závislosť v karteziánskom súradnicovom systéme. Ide teda o sústavu vzájomne kolmých osí. Zatiaľčo v 2D grafoch tvorí závislosť čiaru, v 3D grafoch je výsledkom plocha. Skutočnosť je logickým dôsledkom toho, že definičný obor funkcie jednej premennej môžeme zakresliť ako úsečku, resp. priamku. V prípade 3D grafu je definičným oborom rovina, alebo presne definovaná plocha. Preto ak sme v Matlabe kreslili graf jednej premennej, postačovalo nám na definovanie nezávislej premennej vytvoriť vektor. Pre tvorbu 3D grafov potrebujeme ale definovať plochu. Práve za týmto účelom bol vytvorený príkaz **meshgrid**. Príkaz vytvorí dve matice, ktoré budú navzájom kolmé. Spoločne sú predurčené na výpočet funkčných hodnôt závislej premennej.

Predpokladajme, že chceme vytvoriť definičný obor na intervale $\langle -1 ; 1 \rangle$ pre súradnicu **X** aj **Y**. Nech je tento obor tvorený mriežkou s krokom 0,5. Použijeme príkaz **meshgrid**.

```
>> [X,Y]=meshgrid(-1:0.5:1,-1:0.5:1)
X =
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000
```

```
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000
```

```
Y =
-1.0000 -1.0000 -1.0000 -1.0000 -1.0000
-0.5000 -0.5000 -0.5000 -0.5000 -0.5000
0 0 0 0 0
0.5000 0.5000 0.5000 0.5000 0.5000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
```

Matice **X** a **Y** tvoria definičný obor v zmysle požiadaviek. Matice sú teraz vo vhodnom formáte, takže na tomto obore môžeme vypočítať funkčné hodnoty závislej premennej funkcie. Ako príklad zvoľme jednoduchú kvadratickú funkciu definovanú vzťahom

$$Z=X^2 + Y^2$$

Výsledkom tejto funkcie by mala byť matica **Z**. Jej jednotlivé prvky sú závislé od hodnôt a súradníc matíc **X** a **Y**. Je zrejmé, že matica **Z** bude mať rovnaký rozmer ako matice **X** a **Y**. Jednotlivé bunky matice **Z** budeme počítať takto :

```
>> Z(1,1)=X(1,1)^2+Y(1,1)^2
Z =
2
```

```
>> Z(1,2)=X(1,2)^2+Y(1,2)^2
Z =
2.0000 1.2500
```

```
>> Z(1,3)=X(1,3)^2+Y(1,3)^2
Z =
2.0000 1.2500 1.0000
```

```
>> Z(1,4)=X(1,4)^2+Y(1,4)^2
Z =
2.0000 1.2500 1.0000 1.2500
```

```
>> Z(1,5)=X(1,5)^2+Y(1,5)^2
Z =
2.0000 1.2500 1.0000 1.2500 2.0000
```

```
>> Z(2,1)=X(2,1)^2+Y(2,1)^2
Z =
2.0000 1.2500 1.0000 1.2500 2.0000
1.2500 0 0 0 0
```

Vidíme, že sa nám postupne matica **Z** plní funkčnými hodnotami. Každému je ale zrejmé, že takýto postup by bol značne zdĺhavý. Programátora by isto napadlo celú opakujúcu sa výpočtovú sekvenciu vložiť do dvojice vnorených cyklov a postupne vypočítať všetky funkčné hodnoty funkcie. Potešilo by nás aj to, že matice **X** a **Y** sú logicky usporiadané a práca s ich indexami je úplne jednoduchá. Sila Matlabu ale tkvie v tom, že aj zložito vyzerajúce úlohy sa dajú riešiť jednoducho. Ak si vzpomenieme na

základné matematické operácie v Matlabe, tak zistíme, že sa dajú použiť aj efektívne zápisy, ktoré spracúvajú celé vektory alebo matice po prvkoch. Reč je o symbole bodka, ktorá sa zapisuje pred danú matematickú operáciu. Preto úlohu výpočtu funkčných hodnôt **Z** nebudeme riešiť ani krvopotným opakovaním príkazov na výpočet každej hodnoty zvlášť a nebudeme ani programovať vnorené cykly. Využijeme práve operátor bodka. Zápis bude vyzerať takto :

```
>> Z=X.^2+Y.^2
Z =
2.0000 1.2500 1.0000 1.2500 2.0000
1.2500 0.5000 0.2500 0.5000 1.2500
1.0000 0.2500 0 0.2500 1.0000
1.2500 0.5000 0.2500 0.5000 1.2500
2.0000 1.2500 1.0000 1.2500 2.0000
```

Vidíme, že pomocou jednoriadkového príkazu sme sa dopracovali k požadovanému výsledku. Je to aj vďaka vhodne vytvoreným maticiam **X** a **Y** pomocou príkazu **meshgrid**.

Teraz už vieme postup generovania definičného oboru ako aj výpočet funkčných hodnôt. Môžeme teda pristúpiť k samotnému zobrazovaniu do grafu. Uvedená definícia a výpočet matíc **X**, **Y** a **Z** je však nevhodná. Definovaná mriežka je pomerne hrubá a graf by vyzeral „hranato“. Preto si nanovo definujeme všetky matice. Nech je krok v mriežke definičného oboru 0,1. Funkčnú závislosť necháme bez zmeny.

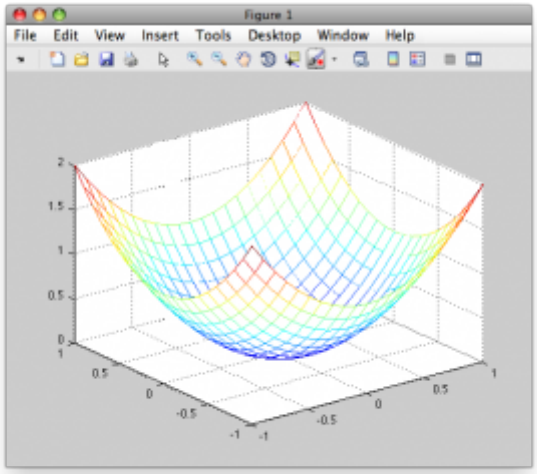
```
>> [X,Y]=meshgrid(-1:0.1:1,-1:0.1:1);
>> Z=X.^2+Y.^2;
```

Na takto definovanej funkcii si demonštrujme základné príkazy na tvorbu 3D grafov. Jedná sa o rôzne typy zobrazenie tej istej závislosti.

- mesh
- surf
- contour

Použitie príkazov je podobné. Ako prvé dva parametre slúžia matice definujúce oblasť na ktorej sa má graf vykresliť. Tretím parametrom sú funkčné hodnoty funkcie. V našom prípade bude zápis takýto :

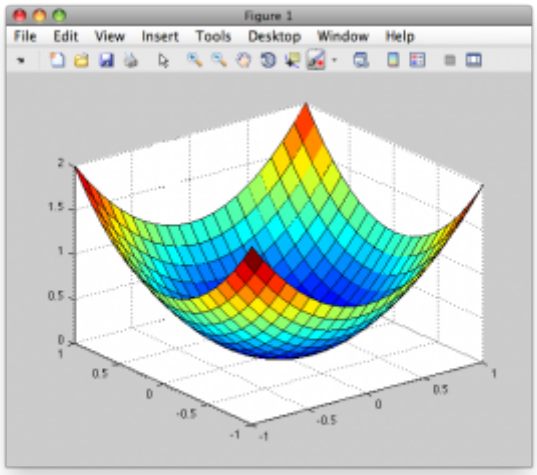
```
>> mesh(X,Y,Z)
```



Obr. 1. Výsledok zobrazenie pomocou príkazu mesh

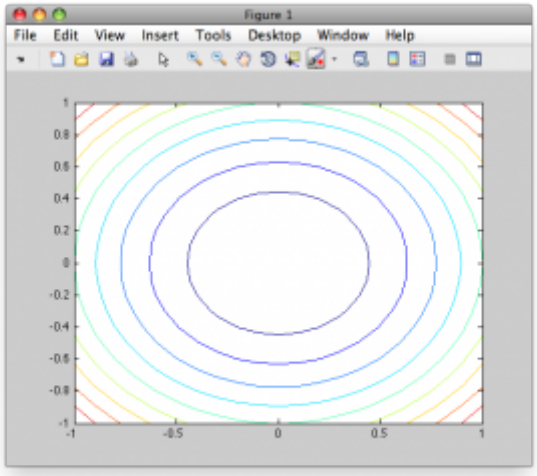
Analogicky môžeme použiť aj ostatné dva príkazy.

```
>> surf(X,Y,Z)
```



Obr. 2. 3D graf vytvorený príkazom surf

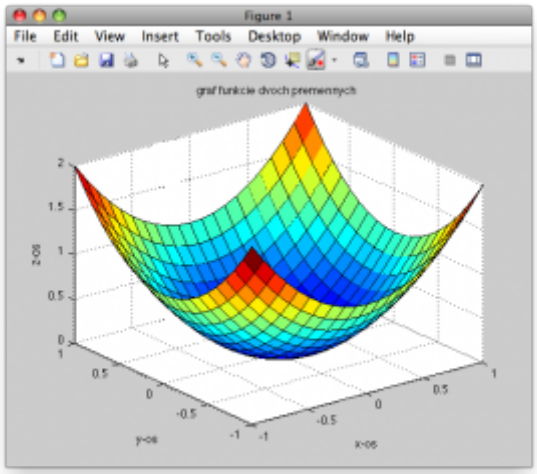
```
>> contour(X,Y,Z)
```



Obr. 3. Vrstevnicový graf – príkaz contour

Rovnako ako v 2D grafoch je možné použiť príkazy na popis osí aj v 3D grafe.

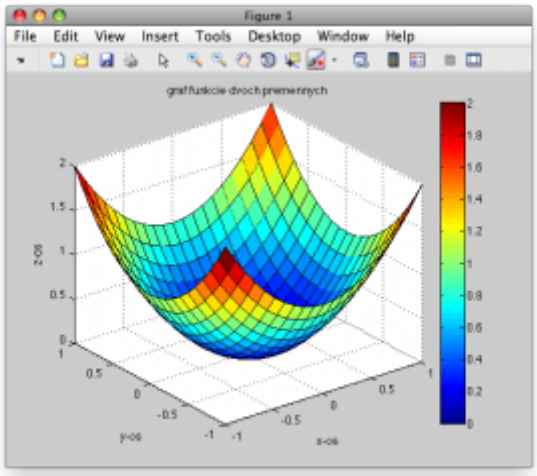
```
>> surf(X,Y,Z)
>> xlabel('x-os')
>> ylabel('y-os')
>> zlabel('z-os')
>> title('graf funkcie dvoch premennych')
```



Obr. 4. 3D graf s popisom osí a nadpisom

Lepšiu predstavu o veľkosti funkčnej hodnoty navodí použitie farebnej stupnice – **colorbar**.

```
>> colorbar
```



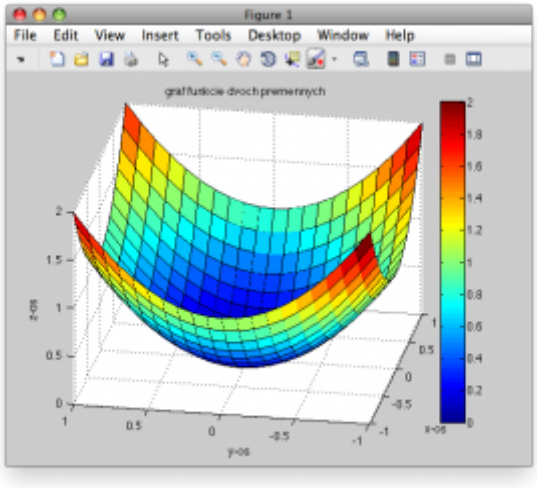
Obr. 5. Farebná stupnica – colorbar

Vypnúť **colorbar** je možné príkazom **colorbar off**.

Grafom sa dá aj otáčať. Efekt dosiahneme viacerými spôsobmi. Najjednoduchší je využiť interaktívnu obsluhu grafu a stlačiť ikonu **Rotate 3D**. Pomocou myši meníme

elevačný uhol a azimut. Oba tieto parametre sa dajú meniť aj príkazom **view**. Ako prvý do funkcie vstupuje azimut a druhý je elevačný uhol. Oba sa udávajú v stupňoch.

```
>> view([-80 30])
```



Obr. 6. Natočenie 3D grafu

Rovnakého efektu dosiahneme ak použijeme jednu z vlastností grafu. Najskôr musíme získať handler na osi grafu (príkaz **gca**).

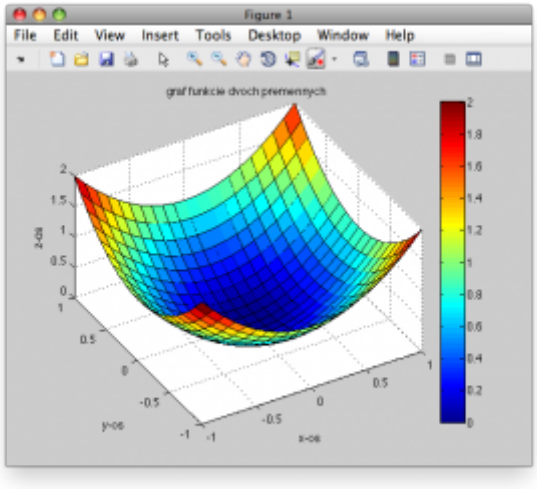
```
>> a=gca;
```

Jednou z vlastností je **View** a má rovnaký význam ako príkaz **view**. Aktuálnu hodnotu natočenia teda získame príkazom.

```
>> get(a,'View')
ans =
-80 30
```

Na zmenu natočenia využijeme príkaz **set**.

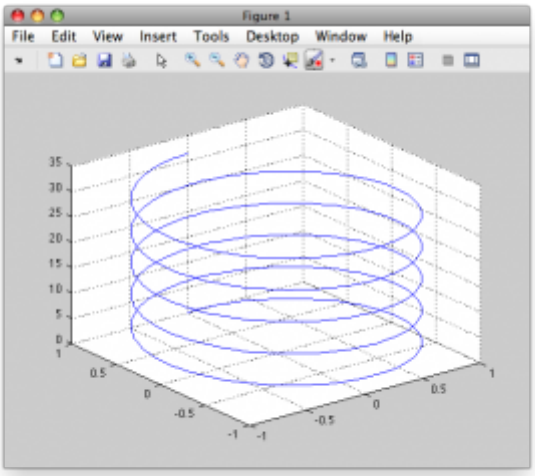
```
>> set(a,'View',[-30 50])
```



Obr. 7. Natočenie grafu pomocou vlastnosti objektu

Uviedli sme si ako kresliť funkčné závislosti s výslednou 3D plochou. Matlab ale dovoľuje kreslenie aj spojnicových grafov v 3D. Slúži na to príkaz **plot3**. Jeho použitie je obdobné ako klasický **plot**. Rozdielom je, že neudávame usporiadanú dvojicu bodov, ale usporiadanú trojicu. Tieto trojice sú zadané ako samostatné vektory. Príkaz **plot3** pospája definované body v priestore. Ako príklad nám poslúži kód uvedený v helpe k tomuto príkazu. Jedná sa o zobrazenie závitnice.

```
>> t = 0:pi/50:10*pi;
>> plot3(sin(t),cos(t),t);
>> grid
```



Obr. 8. 3D závitnica pomocou príkazu plot3

Do oblasti vykreslovanie 3D obrázkov by sme mohli zahrnúť aj príkaz **patch**, ktorý sa využíva pri tvorbe ako 2D tak 3D grafických objektov. Ide ale skôr o definície objektov ako kocka, hramol, alebo ihlan. Tejto téme sa budeme venovať v niektorom z ďalších pokračovaní seriálu. Špeciálnym nástrojom pre prácu s 3D objektami je Simulink 3D Animation (v minulosti označovaný ako Virtual Reality Toolbox). Tento produkt si ale vyžaduje vedomosti z oblasti VRML ako aj znalosť Simulinku. V budúcnosti tomuto zaujímavému produktu budeme venovať niekoľko dielov seriálu.

Literatúra

1. Matlab 7 – Graphics, The MathWorks, http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/matlab/graphg.pdf, 24.9.2009